

НУРМАНГАЛИЕВА МАЯ БОЛАТОВНА
«Эффективные численные методы решения обратной задачи
математической геофизики о продолжении потенциальных полей
в сторону возмущающих масс»

АННОТАЦИЯ

**диссертации на соискание степени доктора философии (PhD)
по специальности «8Д05401 – Математика»**

Актуальность темы исследования.

Работа посвящена решению обратной задачи геофизики о продолжении потенциальных полей в сторону возмущающих масс, которое приводит к исследованию численных методов решения интегральных уравнений Фредгольма первого рода.

Обратная задача о продолжении потенциальных полей в сторону возмущающих масс является важным этапом при интерпретации аномалий полезных ископаемых.

Для Казахстана на протяжении многих лет добыча полезных ископаемых и разведка новых месторождений является актуальной задачей. Важнейшее значение для развития геологической отрасли Казахстана имеет охват геологической изученности территории по глубинному геологическому, геолого-минералогическому картированию. Также актуальной является задачей разведка новых месторождений вместо, истощающихся старых.

Степень геологической изученности месторождений является важнейшим информационным фундаментом для эффективного принятия управлеченческих решений по освоению недр. Современное состояние исследований в данной области неизбежно характеризуется фрагментарностью информации о недрах, что, в первую очередь, связано с дискретным характером ее получения. Инженерное прогнозирование на основе интерпретации таких неполных данных может приводить к стратегически неверным и экономически неэффективным решениям, к снижению эффективности геологоразведочных работ и возникновению промышленных аварийных ситуаций.

Уникальность данной работы заключается в том, что в ней разработанный программный модуль функционирует на основе применения теории обратных задач математической геофизики с использованием геологических данных на поверхности земли, геофизических измерений и геохимических анализов в качестве входных данных. Программный модуль для обратной задачи о продолжении потенциальных полей в сторону возмущающих масс используется для реальных данных конкретного месторождения полезных ископаемых.

Целью диссертационной работы является разработка и исследование эффективных численных методов решения задачи выявления аномалий при

исследовании пространственного распределения химических элементов на месторождениях.

Задачи исследования:

- Исследовать постановку обратной задачи математической геофизики о продолжении потенциальных полей в сторону возмущающих масс;
- Привести обратную задачу математической геофизики к решению интегрального уравнения Фредгольма первого рода;
- Исследовать и сравнить эффективность приближенных методов решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода;
- Исследовать вопросы сходимости и точности рассмотренных методов;
- Провести анализ полученных численных результатов и оценить точность разработанных методов численной реализации обратных задач математической геофизики и геохимии на тестовых примерах;
- Получить численное решение двумерного интегрального уравнения Фредгольма первого рода;
- Разработать программный модуль геоинформационной системы, основанный на методах интеллектуального выявления аномалий скрытых месторождений, для глубинного прогнозно-поискового моделирования месторождений;
- Использовать разработанный модуль в виде комплекса прикладных программ для цифрового моделирования конкретного месторождения с целью выявления скрытых рудных объектов.

Методы исследования. В диссертации обратная задача о продолжении потенциальных полей в сторону возмущающих масс была исследована с помощью аппарата интегральных уравнений. Для приближенного численного решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода были использованы следующие методы: метод регуляризации А.Н.Тихонова, двухэтапный метод, основанный на теории сопряженных уравнений, метод Г.Н. Положего, конструктивный метод с «сопровождением», проекционный метод Бубнова – Галеркина с базисами в виде вейвлетов Лежандра. Используются метод априорных оценок для оценки невязки на полуинтервалах метода Бубнова – Галеркина с базисами в виде вейвлетов Лежандра, также получена оценка погреш

Научная новизна. В диссертационной работе получены следующие новые результаты:

- Разработан алгоритм метода сопряженных уравнений для численного решения задачи обработки большого количества данных;
- Разработан алгоритм реализации численного метода Бубнова–Галеркина с базисами в виде вейвлетов Лежандра;
- Доказаны лемма о свойствах проекционного оператора метода Галеркина – Бубнова;
- Доказана лемма оценки невязки на полуинтервалах;

- Сформулирована теорема о погрешности решения при заданных с возмущениями правой части и элементов матрицы, полученной при дискретизации интегрального уравнения Фредгольма первого рода;
- Получены численные результаты решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода в одномерном и двумерном случае;
- Разработана математическая модель и численные методы решения задачи выявления аномалий при исследовании пространственного распределения химических элементов на месторождениях.

Положения, выносимые на защиту:

- Разработан алгоритм метода сопряженных уравнений для численного решения задачи обработки большого количества данных;
- Разработан проекционный метод Бубнова – Галеркина с базисами в виде вейвлетов Лежандра для решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода;
- Получена априорная оценка невязки на полуинтервалах метода Бубнова – Галеркина с базисами в виде вейвлетов Лежандра;
- Получена оценка погрешности решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода;
- Получено численное решение двумерного интегрального уравнения Фредгольма первого рода;
- Проведен анализ полученных численных результатов;
- Разработаны методы численной реализации решения обратных задач математической геофизики и геохимии;
- Разработан программный модуль геоинформационной системы, основанный на методах интеллектуального выявления аномалий скрытых месторождений, для глубинного прогнозно-поискового моделирования конкретных месторождений.

Теоретическая и практическая значимость исследования.

Теоретические исследования, проводимые по теме диссертации, вносят большой вклад в развитие численного решения обратных и некорректно поставленных задач математической геофизики. Практическая значимость работы состоит в том, что численные алгоритмы решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода, предложенные в данной диссертационной работе, являются основой сервисного программного обеспечения с конвертацией цифрованных данных в геоинформационную систему.

Апробация работы.

Основные результаты исследований были представлены на следующих конференциях:

- Numerical Functional Analysis - 2021 Conference (Стамбул, Турция, 22–24 ноября 2021);

- Modern problems of applied mathematics and information (МРАМИТ) – 2021 (Фергана, Узбекистан 15–17 ноября 2021);
- VII Всемирный Конгресс Математиков тюркского мира (TWMS Congress–2023);

Так же основные результаты были изложены и обсуждены на научном семинаре кафедры математики Казахского Национального Университета имени аль-Фараби и на семинаре кафедры математики Международной школы инженерии Восточно-Казахстанского технического университета имени Д.Серикбаева.

Публикации.

По результатам диссертационного исследования Нурмангалиевой М.Б. суммарно опубликовано 4 научных труда, в том числе:

в изданиях, рекомендованных Комитетом по обеспечению качества в сфере образования и науки и МНВОРК - 1:

1. Темирбеков Н.М., Лось В.Л., Имангалиев Е.И., Байгерев Д.Р., Темирбекова Л.Н., **Нурмангалиева М.Б.** Модуль геоинформационной системы на основе численного моделирования обратных задач геохимии регуляризирующими алгоритмами // Вестник КазНПУ им. Абая. Серия физ.-мат. науки.- Алматы, 2021.-№3(75).- С. 15-28.

в международных рецензируемых журналах индексируемых в наукометрической базе данных Web of Science – 2:

1. Temirbekov N., Imangaliyev Y., Baigereyev D., Temirbekova L. **Nurmangaliyeva M.** Numerical simulation of inverse geochemistry problems by regularizing algorithms // Cogent Engineering, Vol.9, Issue 1, 2022, pp.1-21. <https://doi.org/10.1080/23311916.2021.2003522> January - (2022), (WoS Journal Impact Factor JCR(2022) - 1.9, Engineering, Multidisciplinary category quartile - Q2).

2. Temirbekov N., Temirbekova L., **Nurmangaliyeva M.** Numerical solution of the first kind of Fredholm integral equations by projection methods with wavelets as the basis functions // TWMS J. Pure Appl. Math., V.13, N.1, 2022, pp.105-118 <http://www.twmsj.az/Files/V.13%20N.1%202022/105-118.pdf>

April - (2022), (WoS Journal Impact Factor JCR(2022) - 3.8, Mathematics category quartile - Q1).

и 1 статью в сборнике материалов международных научно-практических зарубежных конференций, индексируемый в наукометрической базе данных Scopus:

1. Temirbekov N., Temirbekova L., **Nurmangaliyeva M.** On effective methods of regularization with discretization of integral equations//AIP Conference Proceedings 2781, 020002 (2023) <https://doi.org/10.1063/5.0144856> June - (2023), (Scopus SJR=0,164 (Q4), CiteScore=0.7, Scopus Percentile=15 в категории General Physics and Astronomy).

Структура и объем работы. Диссертационная работа написана в виде рукописи на русском языке, состоит из титульного листа, содержания,

нормативных ссылок, введения, четырех разделов, заключения, списка из 77 использованных источников. Общий объем диссертации составляет 89 страницы, включая 20 иллюстраций, 3 таблиц и приложения А.

Во **введении** изложены актуальность и новизна темы, основные цели и задачи исследования, предложенные к защите положения. Во введении приводится обзор публикаций, связанных с темой диссертации, обосновывается актуальность темы исследования.

В **разделе 1** поставлена обратная задача о продолжении потенциальных полей на основе методов гравиразведки и геофизических полей Земли. Поставленная обратная задача приведена к интегральному уравнению Фредгольма первого рода.

В **разделе 2** рассмотрены численные методы решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода: метод регуляризации А.Н.Тихонова, двухэтапный метод, основанный на теории сопряженных уравнений, метод Г.Н. Положего, конструктивный метод с «сопровождением». На тестовых примерах проведен сравнительный анализ численных результатов.

Раздел 3 описывает ещё один численный метод, метод Бубнова – Галеркина с базисами в виде вейвлетов Лежандра для решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода. Доказана сходимость метода и получены априорные оценки. Проведен численный эксперимент. Использование вейвлетов для решения интегральных уравнений Фредгольма первого рода методом Галеркина, показало достаточно хорошую эффективность. Численные расчеты показывают использование в качестве базисных функций вейвлетов Лежандра оказывает положительный эффект для численного или аналитического вычисления интегралов в вычислительной схеме.

В **разделе 4** представлено описание программного модуля геоинформационной системы, который использует интеллектуальные методы для выявления скрытых месторождений и прогноза их глубинного расположения. Функционирование этого модуля основано на теории обратных задач математической геофизики, которая использует геологические данные, геофизические измерения и геохимические анализы в качестве входных данных. Программный модуль используется для решения обратной задачи продолжения потенциальных полей в сторону возмущающих масс и применяется к реальным данным конкретного месторождения полезных ископаемых.

В **заключении** представлены основные результаты, полученные в ходе выполнения диссертационной работы.

В приложении А приведен программный код на языке Fortran для реализации вычислений методом Бубнова – Галеркина с базисами в виде вейвлетов Лежандра.